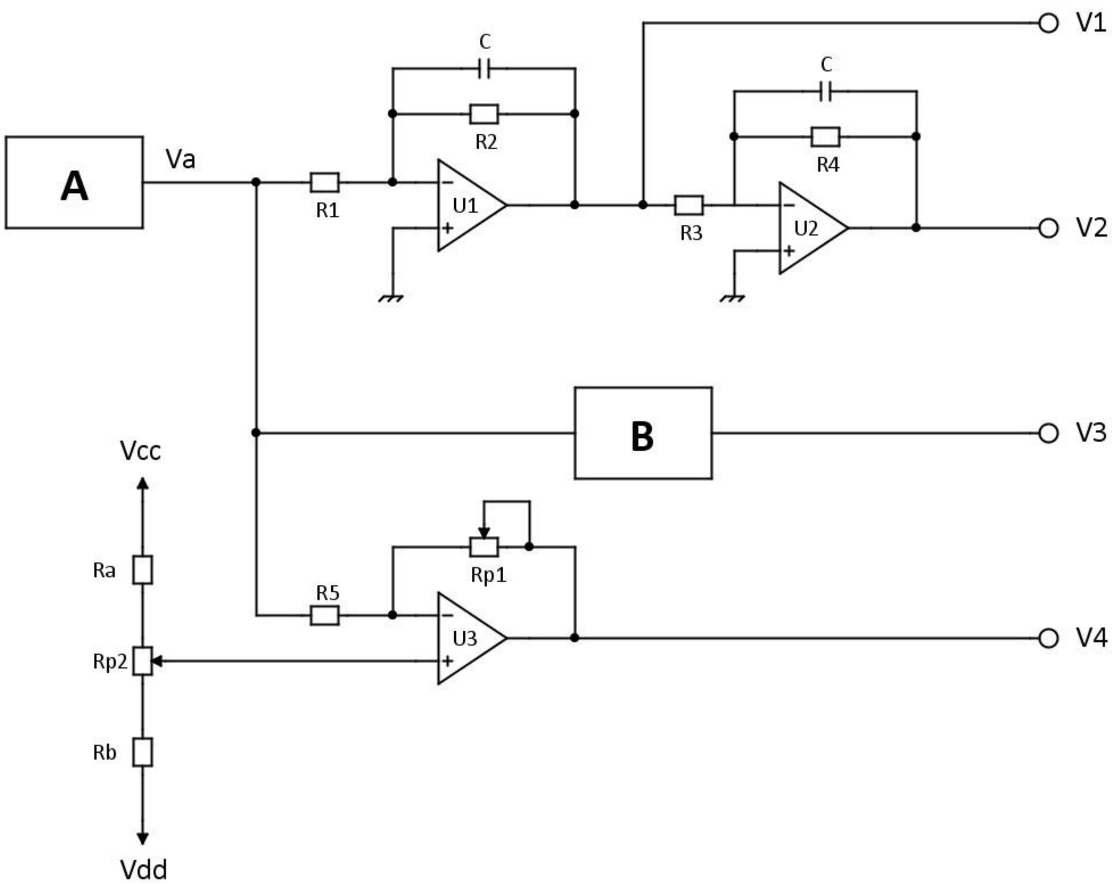
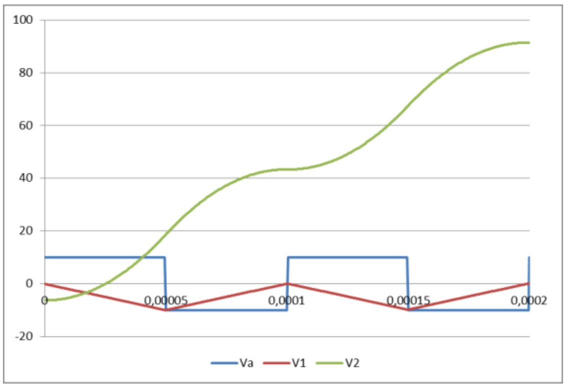
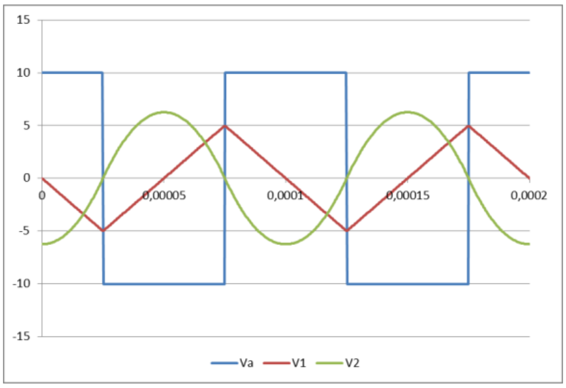


Analisi del circuito

Prima di svolgere i cinque punti richiesti dal tema analizziamo brevemente lo schema proposto.

- Il blocco A è chiaramente un astabile con frequenza $f = \frac{1}{T} = 10\,\mathrm{kHz}$
- Il blocco B (da progettare) è un monostabile la cui uscita deve variare tra 0 e 5 V per essere TTL compatibile
- Il blocco relativo all'operazionale U1 è un integratore (supposto ideale nel testo) che genera una rampa crescente o decrescente a seconda del valore assunto da Va, generando sull'uscita V1 un'onda triangolare. Come possiamo vedere dalla figura sotto, il segnale Va deve partire da T/4 per evitare che il segnale V2 diverga
- A sua volta il blocco relativo all'operazionale U2 integra il segnale V1 producendo in uscita dei rami di parabola che approssimano una sinusoide
- Infine il blocco relativo all'operazionale U3 si comporta come un differenziale e serve, fondamentalmente, a fornire un offset al segnale Va





Soluzione

Punto 1

Calcoliamo la funzione di trasferimento del blocco U1. Possiamo scrivere:

$$G_1(j\omega) = -\frac{1}{R1} \cdot (R2 // \overline{X}_c) = -\frac{1}{R1} \cdot \frac{R2 \dfrac{1}{J\omega C}}{R2 + \dfrac{1}{J\omega C}} = -\frac{R2}{R1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R2\, C}$$

A parte i valori delle resistenze, il blocco U2 è identico al blocco U1; di conseguenza la sua funzione di trasferimento è:

$$G_2(j\omega) = -\frac{R4}{R3} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R4\, C}$$

La frequenza di taglio del blocco U1 è data da:

$$f_{t1} = \frac{1}{2\pi\, R2\, C} = \frac{1}{2\pi \cdot 20000 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 796\,\text{Hz}$$

Visto che R2 = R4, anche la frequenza di taglio del blocco U2 vale $f_{t2} = 796\,\text{Hz}$.

I dati ottenuti mostrano che la condizione di comportamento ideale di un integratore (frequenza di lavoro $f_L \geq 10\, f_t$) è pienamente soddisfatta

Punto 2

Calcoliamo il modulo della funzione di trasferimento del blocco U1. Otteniamo:

$$|G_1(j\omega)| = \left| -\frac{R2}{R1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R2\, C} \right| = \frac{R2}{R1} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R2\, C)^2}} = 0.32$$

Esprimendo il guadagno in dB abbiamo:

$$|G_1(j\omega)|_{dB} = 20 \log |G_1(j\omega)| \cong -10\, dB$$

Analogamente per il blocco U2 otteniamo:

$$|G_2(j\omega)| = 1.59$$

$$|G_2(j\omega)|_{dB} \cong 4\, dB$$

Il testo suggerisce di usare i guadagni calcolati alla frequenza di lavoro per determinare le ampiezze dei segnali in uscita. Dato che stiamo lavorando ad una frequenza di oltre una decade superiore alla frequenza di taglio, possiamo in prima approssimazione considerare solo l'armonica fondamentale dell'onda triangolare.

L'armonica fondamentale dell'onda rettangolare ha ampiezza $\mathrm{Vs} = \frac{4 \cdot \mathrm{Va}}{\pi} = 12.74\ \mathrm{V}$. Moltiplicando questo valore per il guadagno G1 otteniamo 4.07 V (valore di picco) che raddoppiato dà un'escursione di 8.14 V. Il valore trovato di V1 è solo una stima ed è approssimato per difetto.
In modo analogo calcoliamo l'ampiezza della pseudo sinusoide V2 tenendo conto del guadagno totale dei due blocchi. Otteniamo Gt = 0.51. Procedendo come per V1 troviamo un'escursione stimata di V2 di 12.96 V. Dato che la forma d'onda V2 è quasi sinusoidale, la stima è sicuramente più precisa della precedente.
Alternativamente, la soluzione matematica può essere ottenuta calcolando l'integrale della funzione di ingresso ai due blocchi.
Per il blocco U1 usiamo la formula:

$$V1 = -\frac{1}{R1 \cdot C}\int \mathrm{Va}\, dt = -\frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot C} \cdot t + k$$

La massima escursione si ha in un semiperiodo nel quale il valore di ingresso Va rimane costante. Otteniamo:

$$\left|\Delta V_1\right| = \frac{1}{R1 \cdot C}\int_{t_0}^{t_0+T/2} \mathrm{Va}\, dt$$

Dove t_0 è l'istante in cui l'ingresso cambia stato. Risolviamo ed otteniamo:

$$\left|\Delta V_1\right| = \frac{1}{R1 \cdot C}\int_{t_0}^{t_0+T/2} \mathrm{Va}\, dt = \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot C}\int_{t_0}^{t_0+T/2} dt = \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot C}(t_0 + T/2 - t_0) = \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot C} \cdot \frac{T}{2} = 10\,\mathrm{V}$$

Per calcolare l'escursione di V2 dobbiamo integrare la rampa. Otteniamo:

$$V2 = -\frac{1}{R3 \cdot C}\int \mathrm{V1}\, dt = -\frac{1}{R3 \cdot C}\int\left(-\frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot C} \cdot t + k\right)dt = -\frac{1}{R3 \cdot C}\int -\frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot C} \cdot t\, dt - \frac{1}{R3 \cdot C}\int k\, dt =$$

$$= \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot R3 \cdot C^2}\int t\, dt - \frac{k}{R3 \cdot C}\int dt = \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot R3 \cdot C^2} \cdot \frac{t^2}{2} - \frac{k\,t}{R3 \cdot C} + k2$$

Il termine $\frac{k\,t}{R3 \cdot C}$ provoca la divergenza del segnale V2 all'infinito e, nelle ipotesi fatte, è nullo. Senza perdere di generalità possiamo assumere *k2* = 0.
Il segnale V2 vale allora:

$$V2 = \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot R3 \cdot C^2} \cdot \frac{t^2}{2}$$

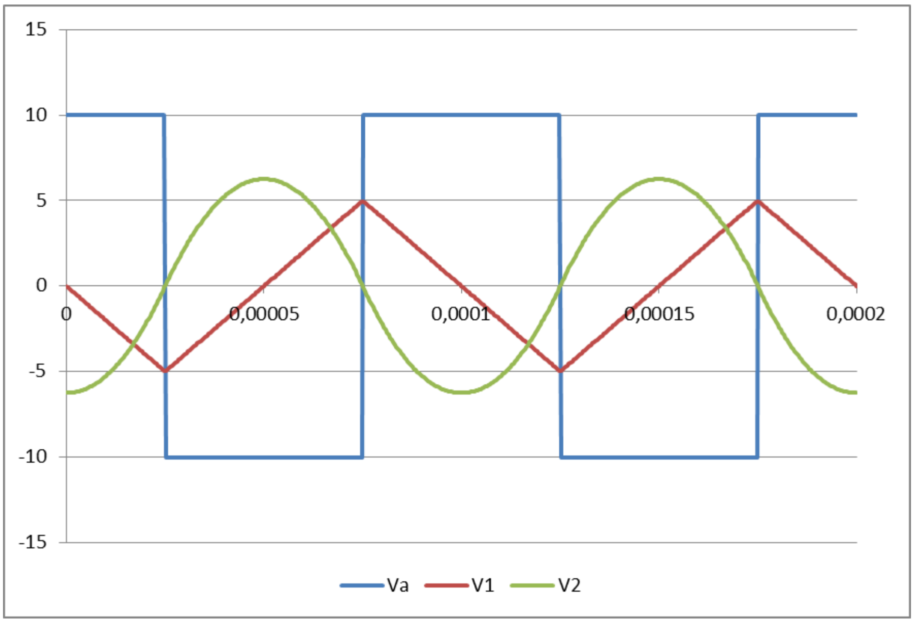
Dalla figura seguente vediamo che il valore massimo di V2 si trova in corrispondenza di T/4; in questa situazione il valore di V2 è metà della massima escursione. Troviamo:

$$V2(T/4) - V2(0) = \frac{\mathrm{Va}}{R1 \cdot R3 \cdot C^2} \cdot \frac{(T/4)^2}{2} = 6.25\,\mathrm{V}$$

Come detto, la massima escursione è il doppio del valore trovato e quindi ΔV2 = 12.5 V.

Punto 3

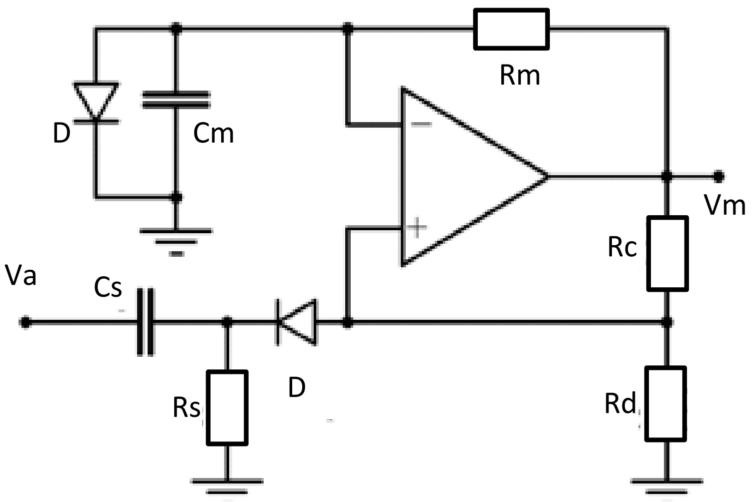
I grafici delle tensioni ai morsetti V1 e V2 in funzione del tempo sono i seguenti.



Dalla figura vediamo che il blocco U1 integra il segnale Va che, essendo costante a tratti, genera un'onda triangolare. Il blocco U2 integra rampe positive e negative generando tratti di parabola che approssimano un'onda sinusoidale.

Punto 4

Per ottenere un segnale impulsivo della stessa frequenza di Va possiamo utilizzare un monostabile. La sua realizzazione con operazionali è mostrata in figura.



Il circuito CR in ingresso serve per ottenere il segnale di comando del monostabile.
Non avendo altre indicazioni, possiamo supporre che il segnale sia impulsivo quando la durata dell'impulso è pari al 5% del periodo.
La sua durata si ottiene mediante la formula:

$$t_m = \mathrm{Rm} \cdot \mathrm{Cm} \cdot \ln\left(1 + \frac{\mathrm{Rd}}{\mathrm{Rc}}\right)$$

Ne segue:

$$\mathrm{Rm}\cdot\mathrm{Cm}\cdot\ln\left(1+\frac{\mathrm{Rd}}{\mathrm{Rc}}\right)=0.05\cdot 100\,\mu\mathrm{s}=5\,\mu\mathrm{s}$$

Abbiamo una sola equazione e quattro incognite. Possiamo scegliere arbitrariamente 3 valori e calcolare il quarto. Ponendo Rd = Rc = 10 kW e Cm = 1 nF troviamo Rm = 7246 Ω. Scegliamo Rm = 6800 Ω; il tempo effettivo sarà minore.

Per ottenere il segnale TTL compatibile inseriamo un diodo (che taglia la parte negativa) ed un partitore di tensione che abbassi la tensione Vsat dell'operazionale a 5V. A seguire un voltage follower che funge da disaccoppiatore.

Punto 5

Come accennato nell'analisi iniziale, il blocco U3 somma una componente continua data dalla rete Ra, Rp2 e Rb al segnale Va (invertito perché entrante nel morsetto invertente) fornendo un offset all'onda rettangolare. L'escursione del segnale in uscita risulta attenuata dal fatto che Rp1 è minore di R5. Il potenziometro Rp2 varia l'ampiezza del segnale di uscita mentre il potenziometro Rp1 regola il valore dell'offset.

Punti supplementari

Punto 1

Riguardo alla scelta dei valori delle resistenze è buona norma scegliere valori superiori al kΩ ed inferiori al MΩ. Per quando riguarda il condensatore è necessario non utilizzare condensatori elettrolitici vista l'inadeguatezza delle loro caratteristiche per circuiti di questo tipo.

Punto 2

In base ai dati forniti dal testo, all'ingresso non invertente dell'operazionale U3 abbiamo $V^+ = 5$ V.

Per calcolare V4 usiamo il principio di sovrapposizione degli effetti.

$$\mathrm{V4'}=\frac{-\frac{\mathrm{Rp1}}{2}}{\mathrm{R5}}\,\mathrm{Va}=-0.025\ \mathrm{Va}$$

$$\mathrm{V4''}=\left(1+\frac{\frac{\mathrm{Rp1}}{2}}{\mathrm{R5}}\right)\mathrm{V}^+=5.125\ \mathrm{V}$$

$$\mathrm{V4}=\mathrm{V4'}+\mathrm{V4''}=4.875\ \mathrm{V}\quad(\mathrm{Va}=10\ \mathrm{V})$$

$$\mathrm{V4}=\mathrm{V4'}+\mathrm{V4''}=5.375\ \mathrm{V}\quad(\mathrm{Va}=-10\ \mathrm{V})$$

Mario Mariani, Massimo Mastroserio

Itis Feltrinelli - Milano